



Introdução ao MPSGE e GAMS

Ângelo Costa Gurgel

Dezembro 2010

PAEG Technical Paper No. 4

Introdução ao MPSGE e GAMS

Ângelo Costa Gurgel

PAEG Technical Paper No. 4

1. Introdução

O *General Algebraic Modelling System* (GAMS) (Brook et al, 2003) é um software que foi construído para resolver problemas de programação (otimização) linear e não-linear. Contudo, esse programa demonstrou ser útil em resolver muitos problemas em economia, que são melhor representados como problemas de equilíbrio (solução de sistemas de equações e desigualdades).

O *Mathematical Programming System for General Equilibrium* (MPSGE) é uma linguagem de programação desenvolvida por Thomas Rutherford (Rutherford, 1999) no início dos anos 1980 para solucionar modelos econômicos de equilíbrio ao estilo Arrow-Debreu. O MPSGE usa como interface a linguagem de programação do GAMS. Como resultado, se alguém pretende usar o MPSGE, necessita também aprender a sintax básica do GAMS. Como o próprio nome indica, o MPSGE foi criado para resolver modelos econômicos conhecidos como modelos aplicados (ou computáveis) de equilíbrio geral (MAEG). Esses modelos consistem de agentes econômicos que interagem entre si através de preços que emergem de mercados de bens e fatores de produção. A palavra “geral” significa que todos os fluxos econômicos são considerados, isto é, existe um “escoamento” para cada “fonte”. Determinar um equilíbrio para um MAEG envolve descobrir preços, quantidades e rendas de equilíbrio.

2 - Passos em modelagem aplicada de equilíbrio geral

Os passos usuais na modelagem de equilíbrio geral são:

1 - Especificação da dimensão do modelo:

- número de bens e fatores,

- número de consumidores,
 - número de regiões ou países,
 - número de mercados ativos;
- 2 - Escolha das formas funcionais para as funções de produção, transformação e de utilidade; especificação das restrições, incluindo escolhas de produtos e insumos para cada atividade;
- 3 - Construção da base de dados com consistência microeconômica e macroeconômica

Os dados devem satisfazer as seguintes condições: lucro zero (valor da produção igual ao custo total) para todas as atividades, ou se os lucros forem positivos, indicação das receitas geradas, como também, devem satisfazer as condições de equilíbrio de mercado (oferta = demanda) em todos os mercados.

- 4 - Calibração - escolha dos parâmetros para que as formas funcionais e a base de dados sejam consistentes.

Por consistência entende-se que os dados devem representar a solução inicial do modelo;

- 5 - Replicação - execução do modelo de forma a verificar se este reproduz os dados iniciais;

- 6 - Experimentos e choques no modelo

Os passos 3 e 4 não são estritamente necessários. O software pode ser utilizado para análises puras de simulação, em que não existem dados inicialmente. Contudo, no aprendizado do software, pode ser bastante útil começar escrevendo um conjunto de dados micro-consistente e então transformar este em um código de forma que a solução para o modelo reproduza os dados iniciais.

3 - A lógica do modelo

Como uma ilustração de um modelo econômico simples, considere a tarefa de descobrir um equilíbrio para uma economia hipotética que consiste de dois agentes econômicos: consumidores e produtores. Os consumidores possuem uma dotação inicial dos fatores trabalho (L) e capital (K). Por simplicidade, existe apenas um agente representativo consumidor nessa economia. A renda do consumidor é originada da venda de seus fatores de produção, e é utilizada para o consumo de

bens finais na economia. Existem dois bens, X e Y, na economia. O consumidor obtém um nível de utilidade a partir do consumo desses bens. Os produtores são representados através de empresas que compram as dotações iniciais dos consumidores para utilizá-las como insumos na produção dos bens finais. Os setores de produção X e Y são caracterizados, respectivamente, pelas tecnologias de produção X e Y disponíveis. R é a renda do consumidor. Então, a nossa economia simples possui dois setores (X e Y), dois fatores (L e K, que possuem oferta inelástica), e um consumidor representativo (função de utilidade W):

$$X = X(L_X, K_X) \tag{1}$$

$$Y = Y(L_Y, K_Y) \tag{2}$$

$$L^* = L_X + L_Y \tag{3}$$

$$K^* = K_X + K_Y \tag{4}$$

$$W = W(X, Y) \tag{5}$$

$$R = wL^* + rK^* = p_X X + p_Y Y \tag{6}$$

Esse sistema de equações pode ser resolvido como um problema de otimização condicionada, do tipo: maximizar (5) sujeito a (1), (2), (3), (4) e (6).

Contudo, torna-se difícil e complicado definir o que deve ser maximizado se existem diversos tipos de consumidores e/ou vários países. Uma forma alternativa de resolver um sistema de equilíbrio geral mais complexo é converter o problema para um sistema de equações, e então resolver tal sistema. Primeiro, resolvem-se os problemas de minimização de custos para produtores e consumidores relacionados ao sistema de equações, obtendo-se:

Funções de custo unitário para X e Y: $c_X = c_X(w, r), c_Y = c_Y(w, r)$

Função de custo (despesa) unitário(a) para W $e = e(p_X, p_Y)$

Então, especifica-se o equilíbrio como a solução para um sistema de 9 equações e 9 incógnitas. O problema de otimização é, dessa forma, convertido em um problema de equilíbrio na economia:

(7) lucro zero para X	$p_x = c_x(w, r)$
(8) lucro zero para Y	$p_y = c_y(w, r)$
(9) “lucro” zero para W	$p_w = e(p_x, p_y)$
(10) oferta = demanda para X	$X = e_{p_x}(p_x, p_y)W$
(11) oferta = demanda para Y	$Y = e_{p_y}(p_x, p_y)W$
(12) oferta = demanda para W	$W = R / p_w$
(13) oferta = demanda para L	$L^* = c_{xw} X + c_{yw} Y$
(14) oferta = demanda para K	$K^* = c_{xr} X + c_{yr} Y$
(15) renda	$R = w L^* + r K^*$

O MPSGE permite que o pesquisador escreva o problema representado pelas equações de (1) a (6) e então este converte o problema no sistema de equações de (7) a (15). Ou seja, escreve-se as expressões gerais para as funções, com os insumos, produtos e preços iniciais, e então essas informações são utilizadas para construir as funções de custo e demanda relacionadas. O programa irá checar automaticamente todas as condições de equilíbrio dos mercados e de lucro zero. O MPSGE resolve essas nove equações para descobrir as nove incógnitas: X, Y, W, p_x , p_y , w, r e R.

Essa forma de resolver o modelo econômico de equilíbrio de Arrow-Debreu consiste na formulação de um problema de complementariedade mista (MCP), onde três desigualdades devem ser satisfeitas: condição de lucro zero (ou custo unitário igual ao preço do bem), condição de equilíbrio nos mercados (oferta igual a demanda) e condição de balanço da renda (despesas iguais às receitas). Um conjunto de três variáveis não negativas deve ser determinado na solução de um problema em MCP: preços, quantidades (níveis de atividades em MPSGE) e níveis de renda.

A condição de lucro zero requer que qualquer atividade em operação deve obter lucro zero, ou seja, o valor dos insumos deve ser igual ao valor da produção. A variável associada com essa condição é o nível de atividade y para os setores de produção com retornos constantes de escala. Isto significa que se $y > 0$ (uma quantidade positiva de y é produzida) o lucro econômico deve ser igual a zero, ou o lucro é negativo e $y = 0$ (não ocorre a produção nesse caso).

A condição de equilíbrio de mercado requer que qualquer bem com preço positivo deve ter um balanço entre oferta e demanda e qualquer bem com oferta em

excesso deve ter um preço igual a zero. O vetor de preços p (que inclui os preços dos bens finais, intermediários e dos fatores de produção) é a variável associada.

A condição de balanço da renda requer que, para cada agente (incluindo entidades do governo), o valor da renda deve ser igual ao valor das dotações dos fatores e das receitas dos impostos: $\text{Renda} = \text{dotações} + \text{receitas dos impostos}$

A vantagem de utilizar o MPSGE é que o pesquisador não necessita gastar tempo algum derivando algebricamente as condições de equilíbrio. O MPSGE constrói essas condições automaticamente. Contudo, é sempre útil entender a representação algébrica de um modelo particular. Deve-se ressaltar que o MPSGE é uma ferramenta para a formulação mas não para a solução de problemas de complementariedade. Para implementar o programa MPSGE devem ser utilizados “solvers” para solução de MCPs. O software GAMS possui dois solvers para MCPs: MILES e PATH. Geralmente o último é recomendado para implementação de modelos escritos em MPSGE por ser mais eficiente.

4 - Elementos e Palavras-chaves em MPSGE

Os elementos que formam um modelo de equilíbrio geral em MPSGE podem ser sintetizados, de maneira simples, da seguinte forma:

- a) Declaração de parâmetros e valores (notação do GAMS)
- b) \$ONTEXT (esse comando informa o compilador do GAMS para ignorar as linhas escritas após este comando, porém, o compilador do MPSGE irá reconhecer a declaração do modelo que se segue, captando as informações declaradas no programa)
- c) Declaração do modelo
- d) Declaração de setores, *commodities*, consumidores, variáveis auxiliares
- e) Blocos de produção
- f) Blocos de demanda
- g) Equações de restrições
- h) \$OFFTEXT (comando que retorna o controle do programa do MPSGE para o GAMS)
- i) Declarações de comandos de inclusão e resolução (include e solver)
- j) Cálculos de parâmetros de resultados em linguagem GAMS e declarações de exibição (*display*)

A sintaxe do programa MPSGE é realizada através de palavras-chaves e comandos que serão interpretados pelo programa GAMS e pelo solver do MPSGE, como declaração do modelo, de seus elementos (setores, *commodities*, consumidores e variáveis auxiliares) e dos blocos de produção, demanda e restrições. As principais palavras que definem um modelo de equilíbrio geral em MPSGE são descritas a seguir:

SECTOR (ACTIVITY)

Atividades de produção que convertem insumos em produtos. A variável associada a um setor é o seu nível de atividade.

COMMODITY (MERCADOS)

Indica um bem ou fator. A variável associada a uma commodity é o seu preço, e não sua quantidade.

CONSUMERS

Agentes que suprem os fatores, recebem receitas dos impostos, de markups e pagam subsídios. Em modelos de competição imperfeita, proprietários das empresas podem ser designados como consumidores. A variável associada a um consumidor é a renda que este recebe de todas as fontes.

AUXILIARY

Variáveis adicionais, como fórmulas de markup ou de impostos com valores endógenos que são funções de outras variáveis, como preços e quantidades. Note a forma ortográfica de apresentar as variáveis auxiliares, pois erros causaram problemas na execução do MPSGE, geralmente difíceis de serem identificados.

CONSTRAINT

Uma equação que é tipicamente usada para determinar o valor de uma variável auxiliar.

Vamos mostrar um exemplo de um bloco de produção, capaz de construir uma função do tipo: $X = F(L,K)$. A especificação deste bloco de produção em MPSGE se dá através da seguinte notação:

\$PROD:X s:(elasticidade de substituição)

O:PX Q:(produção de X) P:(preço de X)

I:PL Q:(insumo L) P:(preço de L)

I:PK Q:(insumo K) P:(preço de K)

Na primeira linha são especificados o nome da atividade (X), o valor das elasticidades de substituição (campo s:) e de transformação (campo t: , não mostrado no exemplo acima por se tratar de uma atividade que produz um único produto). A não especificação das elasticidades (campos s: e t:) faz com que o MPSGE atribua o valor padrão de zero a essas.

A partir da segunda linha, na primeira coluna são apresentados os nomes das commodities que representam insumos (campo I:) e produtos (campo O:). Na segunda coluna são apresentados os valores das commodities (campos Q:). Esses valores são as quantidades de referência dessas commodities no equilíbrio inicial, que são utilizados para calibração do modelo. A não declaração desses campos é interpretada pelo MPSGE como o valor padrão de 1 para as quantidades. Na terceira coluna são declarados os preços de referência das commodities (campo P:), também usados para calibração do modelo. O valor padrão, na falta de declaração destes, também é considerado 1).

Um exemplo específico seria o bloco de produção declarado da seguinte forma:

```
$PROD:X      s:1      !(o nome da atividade é X, a função é Cobb-Douglas)
O:PX Q:100 P:1      !(PX é uma commodity - X)
I:PL Q:75 P:1      !(PL é a commodity trabalho)
I:PK Q:25 P:1      !(PK é a commodity capital)
```

O MPSGE constrói a função de custo subjacente ao bloco de produção a partir das quantidades e preços de referência. No resultado do modelo, os valores associados com as commodities são seus preços (uma vez que a função de custo seja construída).

As quantidades e preços de referência (preenchidas nos campos Q: e P:) são usadas apenas na construção da função de custo correspondente. Os seus valores não são repassados ao *solver* como valores iniciais das variáveis.

Todas as funções CES de retornos constantes são completamente especificadas a partir de um ponto de referência dado pelas quantidades e preços de insumos e produtos e pela elasticidade de substituição (essas informações servem para determinar a inclinação da isoquanta). Dessa forma, a quantidade de informação declarada no bloco de produção especifica completamente a função de produção (custo unitário).

Algumas observações importantes:

1 - é necessário usar algum editor de texto padrão (DOS, epsilon, etc.) para criar e editar programas. O programa GAMS vem com um editor de texto, o GAMS-IDE. Este editor é suficiente para iniciar o aprendizado com o GAMS e o MPSGE, apesar de existirem outros editores mais eficientes e poderosos. Para abrir o GAMS-IDE procure pelo botão de atalho do mesmo criado durante o processo de instalação na área de trabalho.

2 - o arquivo com o programa tipicamente deve ser salvo com a extensão *.gms*. O resultado da resolução do programa será escrito com o mesmo nome do programa, no mesmo diretório, porém, com a extensão *.lst* (list).

3 - quando se utiliza o editor GAMS-IDE, o programa em GAMS será executado a partir do click no botão com uma seta vermelha na barra superior do programa (comando Run GAMS), ou clicando F9.

4 - Existem duas formas de inserir comentários em um arquivo em GAMS, sem interferir no modelo. Uma forma é iniciar uma linha com “*”, na primeira coluna desta. A segunda forma é utilizando o formato \$ontext \$offtext, que é mais indicado para longos blocos ou linhas de comentários.

5 - Exemplo: um modelo 2x2

Na seção 3 descreveu-se brevemente como o MPSGE encontra um equilíbrio. É importante saber que o MPSGE resolve um modelo não como um problema de otimização, mas como um equilíbrio em um sistema de desigualdades. Contudo, para que um pesquisador formule um programa simples em MPSGE não é necessário saber disso. É muito mais importante para um iniciante conhecer a sintaxe da linguagem do MPSGE. Uma grande vantagem do MPSGE é que este está baseado em funções de utilidade e de produção de elasticidade de substituição constante (CES). O uso dessas

funções permite uma representação flexível de como os insumos são combinados no processo produtivo ou como bens e serviços são combinados para o consumo de um agente. Para introduzir a sintaxe do MPSGE, consideremos novamente a economia simples descrita na seção 3 (o arquivo *M1_MPS.gms*, localizado na pasta exercícios do CD-ROM contém a sintaxe descrita a seguir).

Modelos econômicos de equilíbrio geral são baseados em dados usualmente organizados em Matrizes de Contabilidade Social (MCS). Consideremos os dados apresentados na Tabela 1 como uma MCS¹ com três setores de produção, X, Y e W e cinco mercados, X, Y, W, L e K. Como as variáveis associadas com cada commodity (bem ou fator) são os preços, iniciam-se tais variáveis pela letra P.

Tabela 1 - Matriz de Contabilidade Social retangular

Mercados	Setores de produção			Consumidores
	X	Y	W	CONS
PX	100		-100	
PY		100	-100	
PW			200	-200
PK	-25	-75		100
PL	-75	-25		100

Uma MCS descreve um conjunto de dados que é usualmente referenciado como equilíbrio inicial (*benchmark*). Os números representam os valores (preços multiplicados por quantidades) das transações econômicas em um dado período do tempo. Uma entrada positiva significa um valor de produção (ou de vendas). Uma entrada negativa reflete um valor de insumo (ou compra). As condições de lucro

¹ A matriz da Tabela 1 é uma MCS retangular. Uma MCS retangular difere de uma MCS quadrada em vários aspectos, apesar de ambas serem capazes de representar uma mesma economia com seus fluxos. A MCS quadrada está balanceada quando a soma da linha se iguala a soma da coluna correspondente. Uma MCS retangular está balanceada quando cada linha e coluna apresentam uma soma igual a zero. Opta-se aqui por utilizar a MCS retangular pois ela facilita a compreensão e entrada de dados no modelo de equilíbrio geral.

zero, equilíbrio de mercado e balanço da renda implicam que a soma de cada linha e soma de cada coluna deve igualar-se a zero.

Para ilustrar como uma MCS é equilibrada, considere as coluna e linha referentes a X e PX na Tabela 1. A produção do setor X utiliza (compra) 25 unidades² de trabalho e 75 unidades de capital, produzindo e vendendo 100 unidades do bem X. A soma das linhas da coluna X é igual a zero. Isso assegura que ocorre lucro zero no setor X. A linha PX mostra que 100 unidades de X que são produzidas (entrada positiva) serão consumidas pelo setor W (entrada negativa). A soma da linha PX é igual a zero, evidenciando que a oferta se iguala à demanda (equilíbrio de mercado) para o bem X.

Como simplificação, algumas vezes uma convenção é adotada a normalização de todos os preços como iguais a um, no equilíbrio inicial de uma MCS. Dessa forma, as quantidades na MCS representam despesas, ou quanto de um bem ou fator podem ser comprados por uma unidade monetária. Deve-se notar que uma economia ao estilo Arrow-Debreu apenas depende de preços relativos. Ao se dobrar preços, dobram-se lucros e renda, e os resultados sobre as quantidades (ou níveis de atividades) permanecem os mesmos. O valor absoluto dos preços não tem impacto no resultado de equilíbrio.

Como mencionado anteriormente, não é necessário formular uma representação algébrica das funções de produção e de utilidade com o uso do MPSGE. O pesquisador necessita apenas fornecer as quantidades, preços e elasticidades de referência (no equilíbrio inicial). O MPSGE então, construirá as funções de utilidade e produção com base nas informações fornecidas. Ao solucionar o modelo, o MPSGE retorna os valores de equilíbrio para as variáveis descritas nos blocos de setores (\$SECTORS), commodities (\$COMMODITIES) e consumidores (\$CONSUMERS).

No exemplo da economia descrita anteriormente, temos dois produtos (X e Y), dois fatores (L e K) e um consumidor (CONS). Uma linha e uma coluna extras são introduzidas (PW e W) de forma a representar explicitamente a utilidade derivada do consumo agregado. Como será descrito posteriormente, a utilidade poderia ser representada diretamente no bloco de demanda (\$DEMAND)³.

² O termo unidade refere-se, aqui, ao valor, ou seja, preço vezes quantidade.

³ Um bloco separado para representar a utilidade permite introduzir impostos no consumo na análise de bem-estar.

O programa é iniciado com a declaração do título (title), que será imprimido na listagem da solução. Após o título, usualmente, são declarados escalares (scalars), parâmetros (parameters) e conjuntos (sets) no formato habitual do GAMS. Esses elementos não são necessários no nosso exemplo de modelo estático simples, mas tornam-se muito úteis quando se trabalha com MCS maiores, com vários setores e *commodities*. A próxima parte do programa deve ser escrita no formato do MPSGE, como a seguir:

```
$ONTEXT  
$MODEL:NAME
```

Esses dois comandos mudam o controle do compilador do GAMS para o MPSGE. O nome do modelo deve ser escolhido pelo pesquisador. Nosso exemplo será chamado de M1_MPS. O nome do modelo deve ser um nome válido para um arquivo, uma vez que um arquivo *NAME.GEN* (M1_MPS.GEN no nosso caso) será gerado pelo programa.

Após o nome do modelo devem ser declarados os setores, através do comando “\$SECTORS:”. Os setores determinam como os insumos são convertidos em produtos. As variáveis declaradas como setores representam os níveis de atividades e estão associadas com as condições de lucro zero, ou seja, asseguram que um setor de produção obtém lucro zero. No modelo M1_MPS consideramos três setores: X, Y e W. Comentários podem ser adicionados ao programa MPSGE após o sinal “!”.

A seguir, são declaradas as *commodities* através do comando “\$COMMODITIES:”. As variáveis declaradas correspondem aos preços. Essas estão associadas às condições de equilíbrio nos mercados, ou seja, o programa deve assegurar que a oferta de cada commodity deve igualar-se à sua demanda. No modelo M1_MPS temos cinco *commodities*: preços dos bens (PX e PY), preços dos fatores (PL e PK), e o índice de preço para o bem-estar (PW).

O próximo passo consiste em declarar os consumidores, através do comando “\$CONSUMERS:”. Os consumidores ofertam os fatores de produção e recebem a utilidade advinda do consumo dos bens. A variável relacionada aos consumidores é a renda de todas as fontes. A renda está associada à sua condição de balanço, ou seja, o programa deve assegurar que a renda total é igualada ao consumo total. No modelo exemplificado existe apenas um consumidor representativo (CONS).

Declarados setores, *commodities* e consumidores, pode-se proceder à especificação das funções de produção através dos blocos de produção, “\$PROD:”. Esses blocos definem a regra pela qual insumos são transformados em produtos (tecnologia). A declaração do bloco de produção para o setor X do modelo M1_MPS, a seguir, demonstra a estrutura de um bloco de produção.

```
$PROD:X  s:1
O:PX  Q:100
I:PL  Q:25  A:CONS  T:TX
I:PK  Q:75  A:CONS  T:TX
```

Esse bloco descreve uma função de produção Cobb-Douglas, determinada pelo campo s:1, que significa que a elasticidade de substituição entre insumos deve ser igual à unidade. Os insumos são PL e PK (representados pelos campos I:PL e I:PK). O produto é PX (O:PX). Esse setor de produção converte 25 unidades de PL e 75 unidades de PK em 100 unidades de PX. Essa função de produção poderia ser matematicamente representada como $X = \phi L^{0,25} K^{0,75}$. A Figura 1 ilustra a calibração de uma função de produção para os preços e quantidades de *benchmark*.

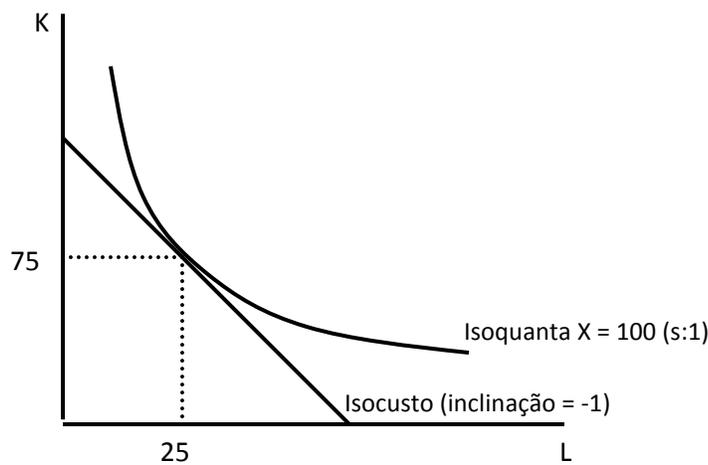


Figura 1 - Calibração da função de produção

O MPSGE especifica a função de produção com um simples ponto de referência. Nesse exemplo especifica-se explicitamente apenas quantidades de referência. Os preços de referência são considerados como unitários. Preços relativos

dos insumos determinam a inclinação da função de isocusto, que por sua vez, se igualam à inclinação da isoquanta no ponto das quantidades de referência. Isso significa que o bloco de produção descrito anteriormente é idêntico a:

```

$PROD:X  s:1
O:PX  Q:100  P:1
I:PL  Q:25  P:1  A:CONS  T:TX
I:PK  Q:75  P:1  A:CONS  T:TX

```

A curvatura da isoquanta é determinada pelo s , definido como a elasticidade de substituição entre os insumos. No exemplos, $s = 1$ significa que a função de produção é uma Cobb-Douglas. O valor padrão para a elasticidade s , na ausência da declaração deste parâmetro, é considerado como zero. Quantidades e preços de referência no equilíbrio inicial são utilizados apenas para calibração. Eles não são utilizados pelo programa como valores iniciais das variáveis (valores iniciais são, geralmente, todos considerados como unitários). O bloco de produção Y é similar ao X, com exceção dos seguintes caracteres (incluídos apenas no bloco de produção X): A:CONS T:TX. Esses caracteres representam a possibilidade de se cobrar um imposto (definido pelo campo T: como TX) no uso dos fatores de produção L e K. A receita do imposto será destinada ao agente representativo CONS (definido pelo campo A:).

O bloco de produção para W (bem-estar) serve como uma ferramenta para conversão do consumo dos bens X e Y em utilidade derivada de um consumo agregado. No modelo simples exemplificado introduzimos esse bloco de produção apenas para propósito de ilustração. Poderíamos eliminar o bloco de produção W e mudar o bloco de demanda para:

```

$DEMAND:CONS
D:PX  Q:100
D:PY  Q:100
E:PL  Q:100
E:PK  Q:100

```

Contudo, em modelos mais complicados, a representação do bem-estar como um bloco de produção pode ser útil, por permitir a inclusão de impostos ao consumo,

uma vez que o MPSGE não aceita a imposição de impostos diretamente no bloco de demanda.

O bloco de demanda representa a restrição de balanço da renda do consumidor. O bloco de demanda do modelo M1_MPS é representado por:

```
$DEMAND:CONS  
D:PW Q:200  
E:PL Q:100  
E:PK Q:100
```

O consumidor recebe sua renda das dotações de fatores K e L (E:PK e E:PL) e demanda a *commodity* PW (D:PW). As quantidades de referência (campos Q) são usadas para calibração da função de utilidade da mesma forma que o bloco de produção calibra as funções de produção.

As linhas do modelo em MPSGE terminam com os seguintes comandos:

```
$OFFTEXT  
$SYSINCLUDE mpsgeset NAME
```

NAME significa o nome do modelo, no exemplo dado, M1_MPS. Esses comandos mudam o controle do compilador do MPSGE de volta para o GAMS.

O próximo comando define o número máximo de iterações que serão realizadas pelo *solver*.

```
NAME.ITERLIM = 0;
```

Quando esse número é definido como zero, o *solver* não irá resolver o modelo, mas sim, retornar os valores nos quais os dados iniciais se baseiam. Definir o número de iterações como zero é importante para assegurar que os dados de *benchmark* (descritos na MCS) representam a solução inicial de equilíbrio.

A próxima linha define o numerário do modelo, escolhido neste caso como o índice de preço do consumidor, PW. Este preço é fixado como sendo igual a 1. A

definição do numerário significa que todos os demais preços do modelo devem ser tomados em referência ao numerário.

As duas próximas linhas de comandos são utilizadas para solicitar ao programa a execução do modelo:

```
$INCLUDE NAME.GEN
SOLVE NAME USING MCP;
```

A solução para o modelo, que será apresentada em um arquivo de listagem (no exemplo dado, arquivo *M1_MPS.lst*), será apresentada com a seguinte estrutura:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	1.000	+INF	.
---- VAR Y	.	1.000	+INF	.
---- VAR W	.	1.000	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	1.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR PK	.	1.000	+INF	.
---- VAR PW	1.000	1.000	1.000	EPS
---- VAR CONS	.	200.000	+INF	.

Na solução, as colunas *LOWER* e *UPPER* mostram os limites inferior e superior das variáveis, respectivamente. O valor zero é representado por um ponto. *+INF* significa infinito. A coluna *LEVEL* reporta o valor encontrado como solução da execução do modelo. A coluna *MARGINAL* representa o valor de complementariedade da variável (valor sombra). Deve-se dar uma atenção especial às colunas *LEVEL* e *MARGINAL*. A complementariedade implica que, em equilíbrio, o valor da variável será positivo ou o valor marginal será positivo, mas nunca ambos ao mesmo tempo. Se ambos aparecerem como positivos, é necessário checar o modelo.

A solução do modelo mostra que os dados de benchmark (representados na MCS) são consistentes com o equilíbrio do modelo. Podemos verificar isso pelo fato de

que todos os valores na coluna *MARGINAL* terem sido igualados a zero após a replicação do *benchmark* (ou seja, após a execução do modelo com o comando *ITERLIM* igual a zero). Os níveis de atividade de X, Y e W no equilíbrio são iguais a um (e não iguais a 100 e 200, como na MCS), bem como os níveis de preços. A renda de equilíbrio do agente representativo, única variável a preservar o valor observado na MCS, é igual a 200.

Iniciantes em MPSGE costumam achar confuso que os níveis das atividades sejam iguais à unidade no equilíbrio inicial. Trata-se apenas de uma re-escalação das variáveis para facilitar análises de experimentos futuros, de forma a tornar mais simples o cálculo de mudanças em valores percentuais a partir de desvios do valor 1. Para retornar o valor dos níveis de atividades não re-escalados, é necessário multiplicar os níveis retornados na solução do modelo pelos valores dos campos Q: nos blocos de produção, ou valores iniciais da MCS. Por exemplo, o nível de atividade de X é igual a 1 multiplicado por 100.

Existem outras maneiras de obter os níveis atuais das atividades na listagem da solução do modelo. Contudo, por razões numéricas, é recomendado manter os valores no equilíbrio inicial próximos da unidade. Por isso, a melhor maneira de obter os níveis iniciais das atividades é usar um bloco denominado de *\$REPORT*, onde os valores iniciais da MCS são recriados.

Todos os valores para os níveis de atividades e preços são pré-efinidos como iguais a um. Apenas a variável *CONS*, que representa o nível de renda do consumidor, é tratada de forma diferente. Esta é determinada pelas dotações dos fatores. Lembre-se que a condição de balanço da renda afirma que a renda é igual ao valor das dotações, que, por sua vez é igual à demanda total. Para o modelo exemplificado, a renda é igual a 200, uma vez que a dotação de capital (E:PK) é 100 e a dotação de trabalho (E:PL) é de 100, e os preços PK e PL são predefinidos como iguais a um.

Como dito anteriormente, o modelo determina apenas preços relativos. Dessa forma, se determinarmos preços iguais a 2 no equilíbrio inicial, a variável *CONS* será calculada como 400. Para checar isso basta modificar o modelo pela inclusão das seguintes linhas, após o comando `$$SYSINCLUDE mpsgeset M1_MPS` e antes do comando `$INCLUDE M1_MPS.GEN`:

PX.L = 2;
 PY.L = 2;
 PW.L = 2;
 PK.L = 2;
 PL.L = 2;

Tal modificação será refletida na listagem da solução como um aumento em todos os preços e no nível de renda, como a seguir:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	1.000	+INF	.
---- VAR Y	.	1.000	+INF	.
---- VAR W	.	1.000	+INF	.
---- VAR PX	.	2.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	2.000	+INF	.
---- VAR PK	.	2.000	+INF	.
---- VAR PW	.	2.000	+INF	.
---- VAR CONS	.	400.000	+INF	.

Devido à determinação apenas de preços relativos, é usual que um dos preços seja fixado pelo pesquisador. Se nenhum preço for fixado inicialmente (ou seja, nenhum bem for escolhido como numerário), o MPSGE irá predeterminar uma normalização de preço para o modelo. A normalização padrão fixa o nível de renda do consumidor mais rico como numerário.

O modelo pode também ser especificado em um formato diferente. Ao invés de usar números nos campos de referências de preços e quantidades, podem ser utilizados parâmetros introduzidos no começo do programa e conjuntos diversos, que serão utilizados para calibração nos campos dos blocos de produção e demanda.

Após a calibração do *benchmark*, experimentos podem ser conduzidos através de choques ao modelo, como por exemplo, a introdução de impostos ou mudanças na dotação de trabalho. É importante lembrar de alterar o limite de iterações antes de simular os choques, o que é feito através do comando do GAMS `NAME.ITERLIM=2000;`. O programa irá parar tão logo este limite seja atingido se a solução não tiver sido encontrada até então.

6 - Exercícios com o Modelo M1_MPS

Inicie o editor de texto GAMS-IDE. O editor pode ser acessado através do windows explorer na pasta GAMS23.3 (o processo de instalação costuma criar uma tecla de atalho no desktop para esse programa). Para trabalhar com o editor de texto GAMS-IDE, é necessário iniciar um novo projeto, ou abrir um já criado. Então, crie um novo projeto (File/Project/New Project), salvando-o com o nome de “exercicios” dentro da pasta *Exercicios_MPSGE*, a mesma onde está localizado o arquivo M1_MPS.gms. Sempre que criar um novo projeto, procure salvá-lo em uma pasta diferente da pasta do GAMS, como por exemplo, dentro da pasta *Meus Documentos*. Executar projetos dentro da pasta onde o GAMS está instalado pode gerar erros de execução difíceis de serem identificados.

Abra o arquivo M1_MPS.gms localizado na pasta *Exercicios_MPSGE*. Esse arquivo apresenta o modelo exemplificado na sessão anterior. Corra o cursor pelo arquivo de forma a visualizar toda a sintaxe do programa descrita na sessão anterior. Depois, faça os seguintes exercícios:

a) Execute o arquivo usando o programa GAMS. Para executar o arquivo, click no botão com uma seta vermelha na barra superior do programa (comando Run GAMS), ou clique F9. O GAMS gera durante a execução do modelo um arquivo de extensão *.log* e um arquivo de extensão *.lst* que detalham o processo de execução.

b) Corra o cursor pelo arquivo de extensão *.lst*, arquivo *M1_MPS.lst*, até encontrar a mensagem:

S O L V E S U M M A R Y

c) Os resultados do modelo são apresentados a partir dessa mensagem. Pode-se perceber que o modelo encontra-se em equilíbrio, uma vez que os níveis das variáveis são iguais à unidade e os marginais são iguais a zero, como descrito na seção anterior.

d) Desequilibre o modelo, alterando o valor do campo Q:75 no bloco de produção PROD:Y para Q:50 no arquivo *M1_MPS.gms*. Execute novamente o modelo, e procure no arquivo *M1_MPS.lst* as alterações ocorridas. O modelo continua em equilíbrio? Você saberia explicar o que aconteceu?

e) Altere o valor das elasticidades no arquivo *M1_MPS.gms*. Mas antes, corrija o valor do campo Q:50 no bloco de produção PROD:Y para Q:75, como originalmente. Altere agora o valor do campo s:1, no bloco de produção PROD:Y, para s:5. Execute novamente o modelo, e verifique no arquivo *M1_MPS.lst* as alterações ocorridas. O modelo está em equilíbrio? Você saberia explicar o que aconteceu?

f) Implemente um experimento de imposição de impostos no uso de fatores. No arquivo *M1_MPS.gms*, corrija o valor do campo s:5, no bloco de produção PROD:Y, para s:1. Então procure pelo primeiro comando \$exit, que aparece logo após os comandos \$include e solve. O comando \$exit indica para o GAMS que o programa deve terminar ali, ou seja, o GAMS não deve ler e executar as linhas após esse comando. Coloque um asterisco na frente do comando \$exit, para que o GAMS passe a ignorar esse comando. Dessa forma, o GAMS irá executar os comandos após essa linha. Os comandos a seguir têm a função de implementar um experimento, ou um choque, na economia representada no modelo. O primeiro experimento consiste na imposição de um imposto ao uso dos fatores de produção pelo setor X. Esse imposto é determinado pelo parâmetro TX (observe o bloco de produção PROD:X), que foi definido com o valor de zero antes do modelo ser declarado (verifique isso no arquivo). Agora, com o asterisco antes do comando \$exit, o GAMS irá ler o novo valor de TX (igual a 0,5, ou seja, um imposto *ad-valorem* de 50% sobre o uso dos fatores). Logo após, seguem os comandos \$include e solve solicitando ao GAMS que o modelo seja novamente executado. Agora, execute o modelo e visualize o arquivo de

resultados *M1_MPS.lst*. Procure pela segunda ocorrência da mensagem `S O L V E S U M M A R Y` no arquivo. Note que deve aparecer um `S O L V E S U M M A R Y` para cada comando solve do arquivo *M1_MPS.gms* (a primeira ocorrência dessa mensagem apresenta o equilíbrio inicial, a segunda ocorrência corresponde aos resultados da implementação do choque). Veja e tente interpretar os resultados.

g) Implemente um experimento de imposição de impostos no uso de fatores com uma análise de sensibilidade de elasticidades. No arquivo *M1_MPS.gms*, altere a elasticidade do bloco de produção de W (PROD:W) de s:1 para s:0. Implemente o modelo novamente, considerando a imposição dos impostos de 0,5 sobre o uso de fatores pelo setor X. Tente interpretar os resultados (confira ao final do arquivo *.lst* os resultados obtidos).

h) Implemente um experimento de aumentando na oferta do fator trabalho. Primeiro, no arquivo *M1_MPS.gms* corrija a elasticidade no bloco de produção de W (PROD:W) de s:0 para s:1. Então, procure pelo segundo comando `$exit`, que aparece logo após os comandos `$include` e solve do experimento de imposição de impostos. Coloque um asterisco na frente do comando `$exit`, para que o GAMS leia as linhas após esse comando. Os comandos a seguir têm a função de implementar um segundo experimento na economia representada no modelo. Esse experimento consiste na duplicação da dotação do fator de produção L. Essa duplicação é determinada pelo parâmetro *endow*, definido antes do modelo como sendo igual a 1. Agora, com o asterisco antes do comando `$exit`, o GAMS irá ler o novo valor de *endow* (igual a 2, ou seja, uma duplicação, ou aumento de 100%, na dotação do fator L) e o modelo será novamente resolvido, através dos comandos `$include` e solve. Execute o modelo e visualize os resultados no arquivo *M1_MPS.lst*. Procure pela terceira ocorrência da mensagem `S O L V E S U M M A R Y`. Tente interpretar os resultados.

i) Análises de sensibilidade: implemente outras mudanças em elasticidades no modelo e tente interpretar os resultados do modelo para os dois experimentos.

7 - Resultados dos Exercícios

Resultados e interpretação do exercício f

Resultados:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	0.845	+INF	.
---- VAR Y	.	1.147	+INF	.
---- VAR W	.	0.985	+INF	.
---- VAR PX	.	1.165	+INF	.
---- VAR PY	.	0.859	+INF	.
---- VAR PL	.	0.903	+INF	.
---- VAR PK	.	0.739	+INF	.
---- VAR PW	1.000	1.000	1.000	2.132E-12
---- VAR CONS	.	196.946	+INF	.

Os resultados mostram que os impostos no uso dos fatores de produção distorcem a produção do setor X, que diminui (de 1 para 0,845), deslocando fatores para o setor Y, que aumenta a sua produção. O preço do bem X aumenta como resultado do maior custo de produção e da queda na oferta desse setor. Como o fator K é usado de forma mais intensiva no setor X, seu preço diminui mais intensamente, enquanto o fator L, usado de forma mais intensiva no setor Y, sofre menor redução de preço. Como o índice de preços do consumidor, PW, é fixo, as variações em preços indicam o quanto estes se distanciam relativamente do índice de preços do consumidor. A renda do consumidor sofre uma pequena redução, já que este recebem renda dos fatores de produção que tiveram seus preços reduzidos com o choque. Note que o índice de bem-estar do consumidor (W) diminui para 0,985, indicando que o imposto distorce a alocação dos fatores na economia gerando ineficiência.

Resultados e interpretação do exercício g

Resultados:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--	-------	-------	-------	----------

----	VAR X	.	1.000	+INF	.
----	VAR Y	.	1.000	+INF	.
----	VAR W	.	1.000	+INF	.
----	VAR PX	.	1.200	+INF	.
----	VAR PY	.	0.800	+INF	.
----	VAR PL	.	0.800	+INF	.
----	VAR PK	.	0.800	+INF	.
----	VAR PW	1.000	1.000	1.000	EPS
----	VAR CONS	.	200.000	+INF	.

Com a elasticidade igual a zero, temos uma função de consumo do tipo leontief, ou seja, o consumidor demanda os bens em proporções fixas, não podendo substituir um bem pelo outro quando da mudança de preços de um deles. Isso significa que, independente de mudanças nos preços, ele deve continuar consumindo os bens na proporção de 1:1, como no equilíbrio inicial. Dessa forma, como o consumidor é obrigado a consumir ambos os bens, e o equilíbrio determina o esgotamento total da produção (oferta igual à demanda), os níveis de produção de X e Y não se alteram. Contudo, o preço do bem X sofre um aumento por conta do imposto sobre o uso dos fatores, enquanto o preço do bem Y diminui. A renda do consumidor não é afetada, bem como o seu consumo, que continua sendo da mesma quantidade dos dois bens. Contudo, para acomodar os preços mais altos do bem X devido ao imposto, o bem Y torna-se mais barato. Note que o nível de bem-estar do consumidor não sofre alteração ($W = 1$), uma vez que o consumidor continua consumindo as mesmas quantidades dos bens. Por fim, os preços dos fatores de produção reduzem na mesma proporção, uma vez que a renda do consumidor continua a mesma, porém parte desta renda agora é determinada pela receita dos impostos.

Resultados e interpretação do exercício h

Resultados:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	1.189	+INF	.
---- VAR Y	.	1.682	+INF	.
---- VAR W	.	1.414	+INF	.
---- VAR PX	.	1.189	+INF	.
---- VAR PY	.	0.841	+INF	.
---- VAR PL	.	0.707	+INF	.
---- VAR PK	.	1.414	+INF	.
---- VAR PW	1.000	1.000	1.000	1.137E-13
---- VAR CONS	.	282.843	+INF	.

A duplicação da quantidade disponível do fator L promove um aumento no nível de produção dos setores X e Y, sendo este aumento mais pronunciado no setor Y, já que este setor utiliza de forma mais intensiva o fator L. O grande aumento relativo da produção de Y promove queda no seu preço. Como o bem X fica relativamente mais escasso na economia, o seu preço aumenta. A renda do consumidor aumenta bastante, de 200 para 282,84, já que este agente representativo é dotado dos fatores L e K e, portanto, recebe a renda proveniente da venda destes fatores. Note que o preço do fator L cai, uma vez que a sua oferta dobra na economia, enquanto o preço do fator K aumenta, já que agora este é relativamente mais escasso em comparação com o fator L. O aumento da renda e da disponibilidade de bens na economia são revertidos em aumento do consumo, e portanto, do índice de bem-estar, dado por W.

8 - Álgebra do modelo MPSGE

A esta altura, o leitor deve estar se perguntando: “mas cadê as equações do modelo de equilíbrio geral construídas a partir do modelo MPSGE”? Essas equações são apresentadas no modelo *m1_mcp.gms*, disponível na pasta *Exercícios_MPSGE*. O modelo *m1_mcp.gms* produz exatamente os mesmos resultados do modelo *m1_mpsge.gms*, mas apresenta o modelo em álgebra de um problema de

complementariedade mista (MCP). As equações do modelo *m1_mcp.gms* são as equações que o modelo MPSGE constrói quando se monta um modelo como o *m1_mpsge.gms*. Essas equações representam as condições de lucro zero e de equilíbrio entre oferta e demanda determinadas pelos blocos do MPSGE, bem como a condição de balanço da renda do consumidor. As equações de lucro zero igualam a equação de custo unitário de produção ao preço do bem, enquanto as equações de equilíbrio entre oferta e demanda igualam as funções de demanda dos bens ou dos fatores ao total ofertada dos bens ou à dotação dos fatores. Deve-se notar que, tanto as funções de custo unitário quanto as funções de demanda são apresentadas na sua forma calibrada pela proporção (*calibrated share form*), como descrito em Rutherford (2002)⁴. Para verificar que a álgebra do modelo *m1_mcp.gms* produz os mesmos resultados do modelo *m1_mpsge.gms*, abra o modelo *m1_mcp.gms*, na pasta *exercícios_MPSGE*, e execute o modelo. Procure os resultados e compare-os com os do modelo *m1_mpsge.gms*.

Bibliografia

Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., Raman, R. *GAMS: a user's guide*. GAMS Development Corporation, 262 p., 1998. (<http://www.gams.com/>)

Rutherford, T. F. Applied General Equilibrium Modeling with MPSGE as a GAMS Subsystem: An Overview of the Modeling Framework and Syntax. *Computational Economics* 14, 1999, p. 1-46.

Rutherford, T. F. Lecture Notes on Constant Elasticity Functions. University of Colorado, November 2002. (mimeo).

⁴ Esse texto encontra-se disponível na pasta *Documentos* do CD de distribuição do PAEG.